

Modelování vázaného šíření teplotně- vlhkostního pole v rezonanční desce hudebního nástroje



Ing. Pavlína Suchomelová

Ing. Jan Tippner, Ph.D.

Mendelova univerzita v Brně
Lesnická a dřevařská fakulta
Ústav nauky o dřevě

Motivace:

Realita: Sorpce vzdušné vlhkosti dřevem způsobuje bobtnání a sesychání, a tím i změny akustických (rezonančních) vlastností

Požadavek: Ideální rezonanční deska zní pořád stejně, její vlastnosti se nemění se změnou prostředí, ve kterém se nachází (relativní vzdušná vlhkost, teplota)

Cíl: Eliminace hygroskopicity dřeva v rezonanční desce

Hypotéza: S využitím tepelné modifikace dřeva se sníží jeho hygroskopicitata

Úkol: Ověřit hypotézu pomocí numerické simulace

Popis vázaného vlhkostního a teplotního pole

Jak se dřevo chová?

- ▶ Sorpce vody ze vzduchu
- ▶ Difúze vody ve dřevě
- ▶ Vedení tepla

INTERAKCE
FYZIKÁLNÍCH POLÍ

Vliv vlhkosti a
teploty na šíření
zvuku dřevem
(změna vlastní
frekvence)

Difuze vody:

II. Fickův zákon

$$\frac{\partial M}{\partial t} - \nabla \cdot (\mathbf{D}\nabla M + s\mathbf{D}\nabla T) = 0$$

$$-\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}\nabla M + s\mathbf{D}\nabla T) = \alpha_M(M_{\partial\Omega} - EMC)$$

Difuze tepla:

II. Fourierův zákon

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot \lambda \nabla T = 0$$

$$-\mathbf{n} \cdot \lambda \nabla T = \alpha_T(T_{\partial\Omega} - T_{air})$$

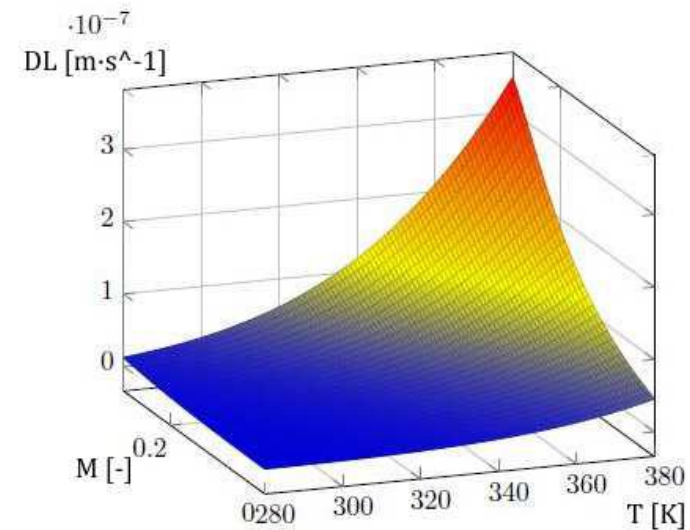
M - vlhkost dřeva [-], T - teplota [K], t - čas [s], $\mathbf{D}(M, T)$ - difúzní koeficienty [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$], $s(M, T)$ - koeficient termodifúze (Soretův efekt) [K^{-1}], $\rho(M)$ - hustota dřeva [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$], $C(M, T)$ - měrné teplo dřeva [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$], $\lambda(M, T)$ - koeficient tepelné vodivosti [$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$], $\alpha_{M, T}$ - koeficienty přestupu vlhkosti a tepla [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$], EMC - rovnovážná vlhkost dřeva [-], T_{air} - teplota prostředí [K],

Difúzní koeficienty

Koeficienty difuze D_T , D_R , D_L

- ▶ $D_T = \left(\frac{1}{1-P_M} \right) \cdot \left(\frac{D_{BT} \cdot D_V}{D_{BT} + D_V \cdot (1 - \sqrt{P_M})} \right)$
- ▶ $D_L = \left(\frac{P_M}{1-P_M} \right) \cdot \left(\frac{D_V \cdot D_{BL}}{D_{BL} + 0,01 \cdot (1 - \sqrt{P_M}) \cdot D_V} \right)$
- ▶ $D_R = 3,2 \cdot D_T$

- ▶ P_M : Pórovitost dřeva
- ▶ D_{BT} : koeficient difuze v buněčné stěně v příčném směru
- ▶ D_V : koeficient difuze vodní páry v lumenu
- ▶ D_{BL} : koeficient difuze v buněčné stěně v podélném směru
- ▶ S : koeficient Soretova efektu



Koeficienty tepelné vodivosti

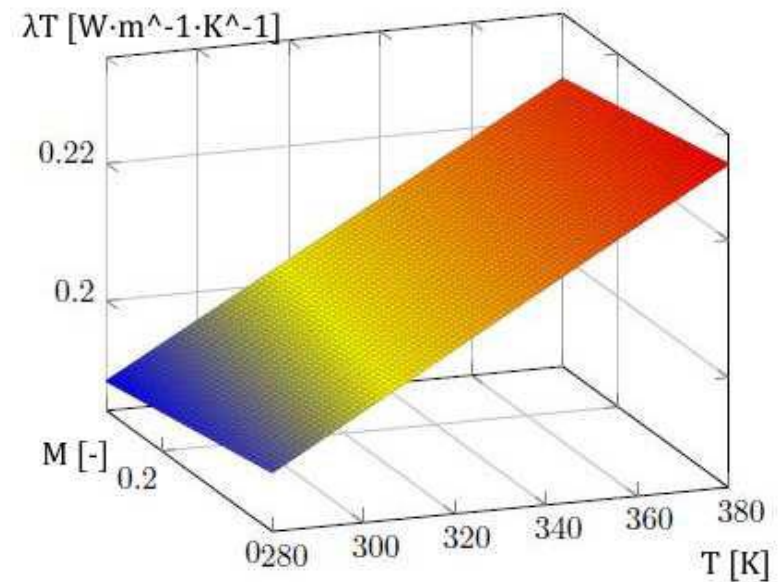
Koeficienty tepelné vodivosti λ_T , λ_L , λ_R

- ▶ $\lambda_T = \rho_k \cdot (0,217 + a \cdot M) + 0,024 \cdot P_M$
- ▶ $\lambda_L = 2,5 \cdot \lambda_T$
- ▶ $\lambda_R = 1,5 \cdot \lambda_T$

Zohlednění vlivu teploty:

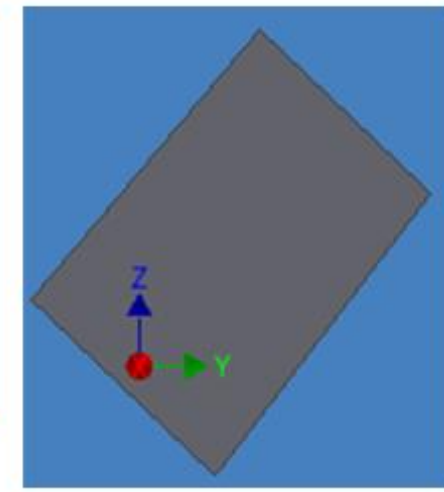
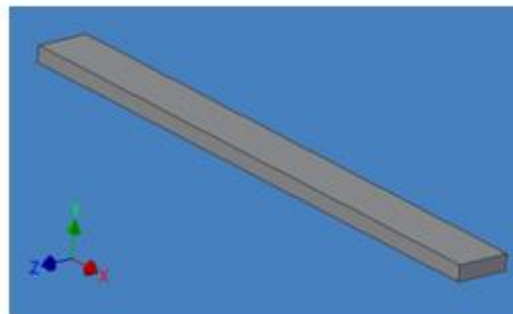
$$\lambda = \lambda_i(1 + 0,004 \cdot (T - 30))$$

- ▶ ρ_k : konvenční hustota dřeva
- ▶ a : koeficient pro $M < 40\%$
($a=0,0040$)



Úloha

Comsol MULTIPHYSICS byl použit pro komparační úlohy:
Isotermická vs. neisotermická difúze
Sorpce vody u upravené vs. neupravené rezonanční desky



- ▶ Vycházeli jsme z modelů pro sušení dřeva
- ▶ Numerické řešení nestacionární neizotermické difúze bylo založeno na následujících předpokladech:
 - ▶ Materiálové koeficienty závislé na vlhkosti a teplotě a na anatomickém směru (ortotropní model)
 - ▶ iniciální vlhkost je rovnoměrně rozložena po průřezu tělesa
 - ▶ rovnovážná vlhkost dřeva na povrchu je závislá na rychlosti přestupu vlhkosti z tělesa do prostředí (byl stanoven koeficient přestupu vlhkosti na hodnotu $1e-7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, při počáteční vlhkosti tělesa 8%);
 - ▶ tok vlhkosti je závislý na anatomickém směru a dané geometrii.

Implementace do Comsol MULTIPHYSICS

- Implementace PDR pomocí
Coefficient form PDE interface

$$\mathbf{e}_a \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \mathbf{d}_a \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (-\mathbf{c} \nabla \mathbf{u} - \boldsymbol{\alpha} \mathbf{u} + \boldsymbol{\gamma}) + \boldsymbol{\beta} \nabla \mathbf{u} + \mathbf{a} \mathbf{u} = \mathbf{f}$$

$$\mathbf{u} = [M, T]^T \quad \nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right]$$

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} M \\ T \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} \mathbf{D} & s\mathbf{D} \\ 0 & \boldsymbol{\lambda} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{d}_a = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & c\rho_M \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} D_T & 0 & 0 \\ 0 & D_L & 0 \\ 0 & 0 & D_R \end{pmatrix}, \quad s\mathbf{D} = \begin{pmatrix} sD_T & 0 & 0 \\ 0 & sD_L & 0 \\ 0 & 0 & sD_R \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_T & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_L & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_R \end{pmatrix}$$

- $\mathbf{e}_a, \mathbf{d}_a, \mathbf{c}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{a}, \mathbf{f}$ – koeficienty závislé na čase, směru (x, y, z) nebo \mathbf{u} .
- Vektorová funkce \mathbf{u} má dvě složky M a T
- Koeficienty \mathbf{c} a \mathbf{d}_a jsou definovány jako matice, které se skládají ze submatic náležících definované soustavě PDR

$$\frac{\partial M}{\partial t} - \nabla \cdot (\mathbf{D} \nabla M + s\mathbf{D} \nabla T) = 0$$

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot \boldsymbol{\lambda} \nabla T = 0$$

M - vlhkost dřeva [-], T - teplota [K], t - čas [s], $\mathbf{D}(M, T)$ - difúzní koeficienty [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$], $s(M, T)$ - koeficient termodifúze (Soretův efekt) [K^{-1}], $\rho(M)$ - hustota dřeva [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$], $C(M, T)$ - měrné teplo dřeva [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$], $\boldsymbol{\lambda}(M, T)$ - koeficient tepelné vodivosti [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$], $\mathbf{a}_{M, T}$ - koeficienty přestupu vlhkosti a tepla [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}, \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$], EMC - rovnovážná vlhkost dřeva [-], T_{air} - teplota prostředí [K],

Implementace do Comsol MULTIPHYSICS

- Implementace okrajových podmínek III. řádu pomocí *Flux/Source*

$$-\mathbf{n} \cdot (-c\nabla\mathbf{u} - \alpha\mathbf{u} + \gamma) = g - q\mathbf{u}$$

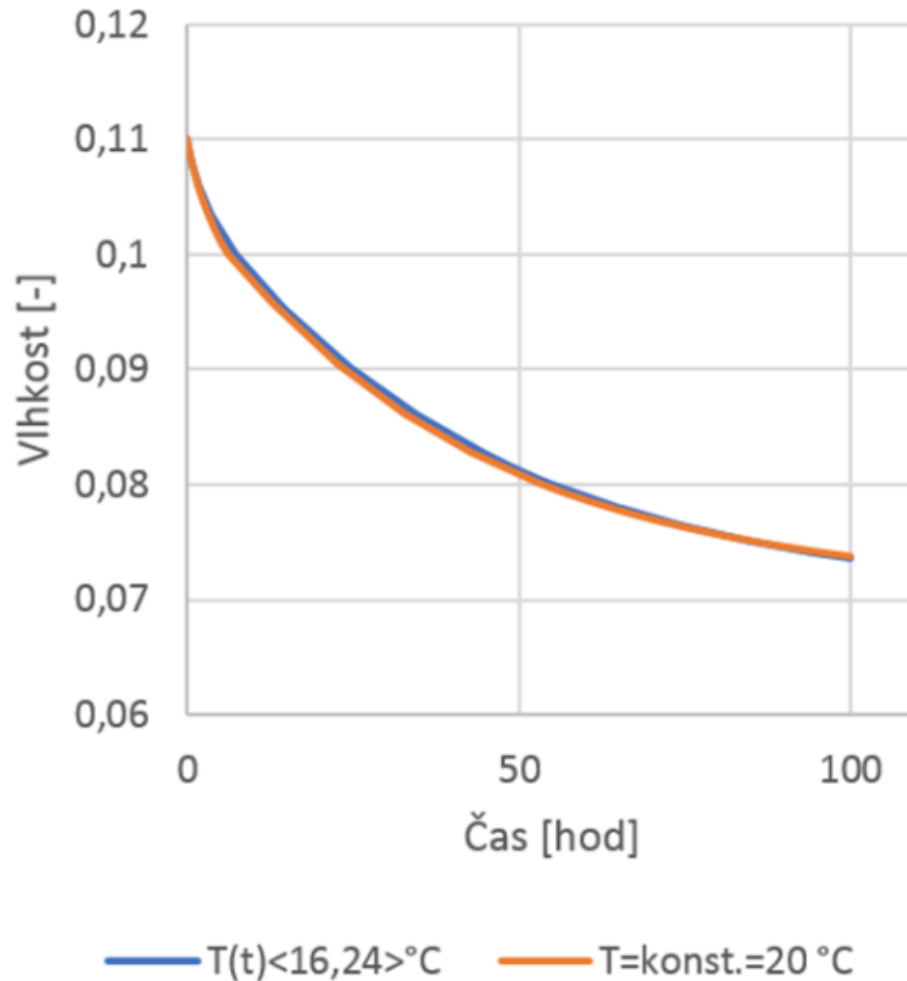
$$g = \begin{pmatrix} \alpha_M EMC \\ \alpha_T T_{air} \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} \alpha_M & 0 \\ 0 & \alpha_T \end{pmatrix}$$

$$-\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}\nabla M + s\mathbf{D}\nabla T) = \alpha_M (M_{\partial\Omega} - EMC)$$

$$-\mathbf{n} \cdot \lambda\nabla T = \alpha_T (T_{\partial\Omega} - T_{air})$$

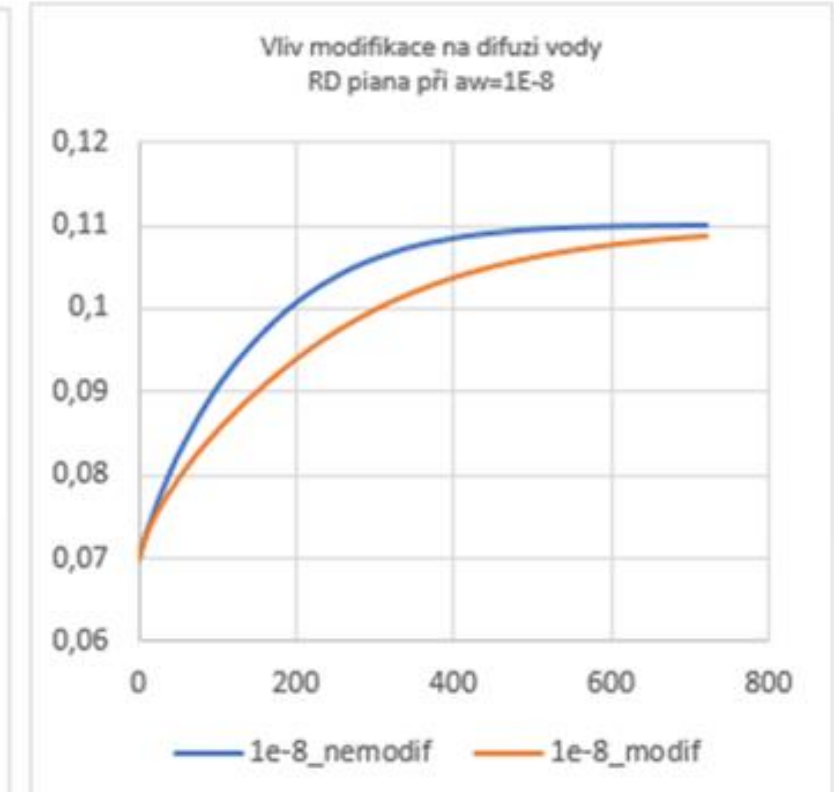
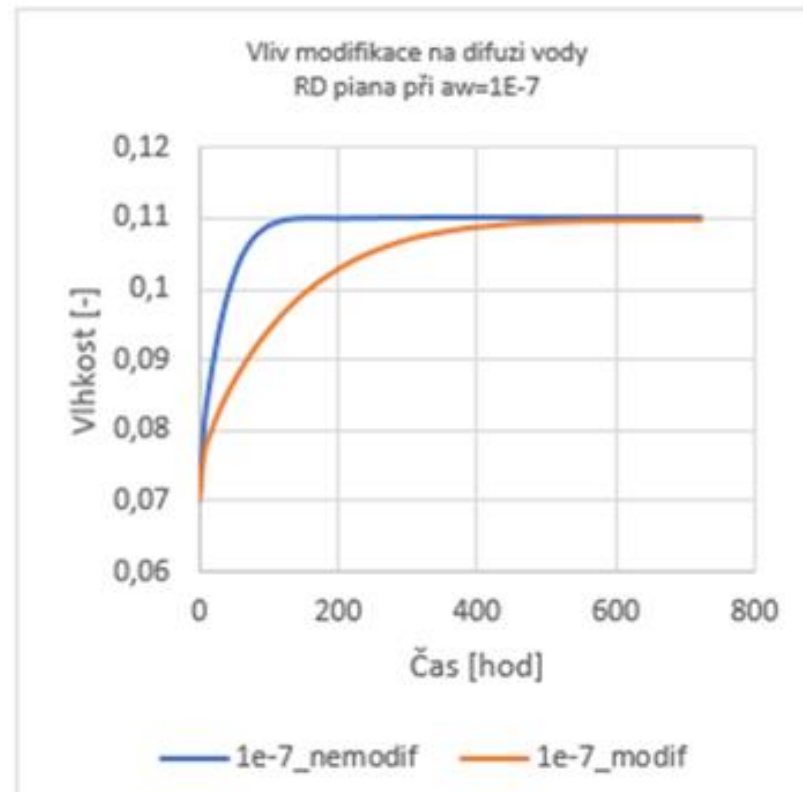
Výsledky - isotermická vs. neisotermická difúze vody

- ▶ Bylo zjištěno, že vliv teploty na řešené vlhkostní pole nemá vliv (na rozdíl od úloh sušení dřeva nemá vliv)
- ▶ Dále byla úloha řešena jako isotermická



Výsledky - dosažení rovnovážného stavu

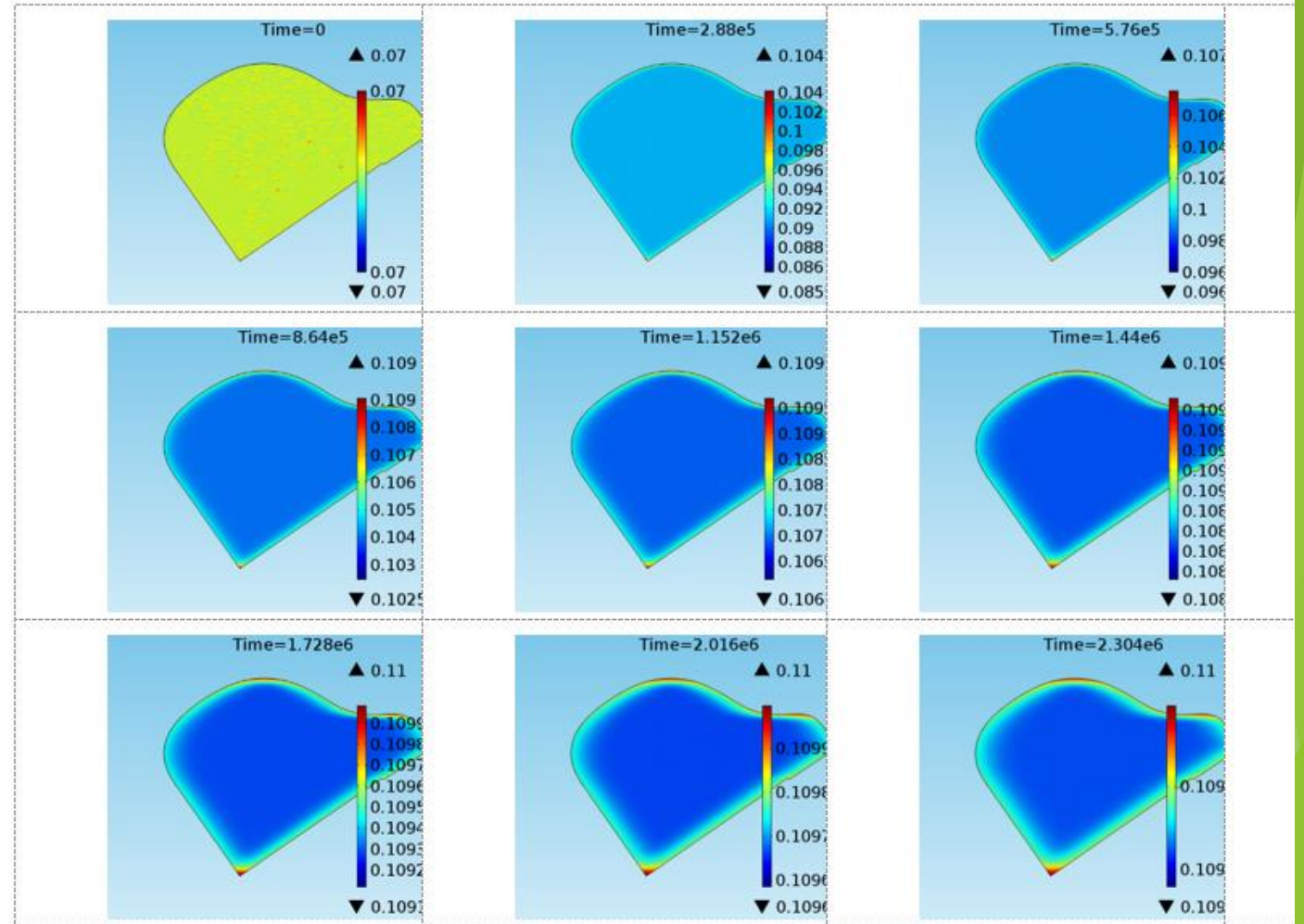
- ▶ Neupravené dřevo dosahuje RVD po 150 hodinách, modifikované po 500 hodinách
- ▶ Při uvážení vlivu povrchové úpravy na vnější straně rezonanční desky je vliv modifikace výrazně nižší (dosažení RVD se prodlouží až na trojnásobek)



Hypotéza, že tepelnou modifikací dřeva se sníží jeho hygroskopicitu byla potvrzena.

Vize

- ▶ Experimentální zjišťování přestupových koeficientů při použití různých povrchových úprav
- ▶ Pravděpodobnostní a citlivostní analýzy reakce modelu na změnu parametrů
- ▶ Rozšíření teplotně-vlhkostních modelů o deformačně-napětové pole
 - ▶ Napětí vzniklé bobtnáním/sesýcháním
 - ▶ Napětí dané technologií výroby (know-how výrobců)
 - ▶ Napětí dané zatížením strunami



Kontakt:

Ing. Pavlína Suchomelová

Mendelova univerzita v Brně
Lesnická a dřevařská fakulta
Ústav nauky o dřevě

suchomelova.pav@gmail.com

+420 720 540 619

Zemědělská 3
Brno 613 00



**Lesnická
a dřevařská
fakulta**

**T A
Č R**

Podklady pro tento příspěvek vznikly za využití dat získaných v rámci projektu
TA ČR TH02010978 - Eliminace vlhkostního zatížení hudebního nástroje.
Děkuji.